Inversia spațială. Paritatea nucleară

- Inversia spațială ⇒ înlocuirea vectorului de poz. $\vec{r}_k$ al fiecărei particule cu vectorul opus $-\vec{r}_k$
- Inversia spațială ⇒ operator $\hat{\pi}$

• $\psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots)$ fc. de stare multiparticulă

- Acțiunea op. $\hat{\pi}$

$$\hat{\pi}\,\psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots) = \psi(-\vec{r}_1, \ldots, -\vec{r}_k, \ldots)$$

- Propr. op. $\hat{\pi}$

$$\hat{\pi}\hat{\pi}\psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots) = \hat{\pi}\psi(-\vec{r}_1, \ldots, -\vec{r}_k, \ldots) = \psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots)$$

- Care sunt valorile și funcțiile proprii ale op. $\hat{\pi}$

ψ = fc. proprie

λ = val. proprie $\Rightarrow \hat{\pi}\psi = \lambda\psi$

$$\left.\begin{aligned} \hat{\pi}\hat{\pi}\psi &= \lambda\hat{\pi}\psi = \lambda^2\psi \\ \hat{\pi}\hat{\pi}\psi &= \psi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\lambda^2 = 1}$$

⇒ valorile proprii admise pt. op. $\hat{\pi}$ sunt ± 1

λ = paritatea funcției proprii

$\lambda = 1 \Rightarrow$ funcție pară $\Rightarrow \psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots) = \psi(-\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots)$

$\lambda = -1 \Rightarrow$ funcție impară $\Rightarrow \psi(-\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots) = -\psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots)$

- Există fc. de stare care nu sunt fc. proprii ale operatorului $\hat{\pi}$ ⇒
⇒ nu au o paritate bine definită

Obs

① Rezolvarea ecuației Schrödinger ⇒ interesează soluții univoce și finite ≡ fc. proprii ale ecuației de stare

② Fc. de st. ⇒ simetrie determinată de reflexia axelor de coord. în raport cu originea, cu condiția ca hamiltonianul să fie simetric la această transformare: $\boxed{H(\vec{r}) = H(-\vec{r})}$

$$H(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \Rightarrow H(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots)\psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots) = E\psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots)$$

$$H(-\vec{r}_1, \ldots, -\vec{r}_k, \ldots)\psi(-\vec{r}_1, \ldots, -\vec{r}_k, \ldots) = E\psi(-\vec{r}_1, \ldots, -\vec{r}_k, \ldots)$$

Remarcă

① $\psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_k, \ldots)$ și $\psi(-\vec{r}_1, \ldots, -\vec{r}_k, \ldots)$ – soluții ale aceleași ecuații Schrödinger dacă:

(i) cele două funcții sunt liniar dependente, iar energia E nu este degenerată

iii) $\psi(\vec r_1,\dots,\vec r_k,\dots)$ și $\psi(-\vec r_1,\dots,-\vec r_k,\dots)$ descriu două stări fizice distincte care au aceeași energie E (degenerată)

Ce se întâmplă când op. $\hat\Pi$ se aplică ecuației Schrödinger și H asupra op.?

$$\hat\Pi\hat H\psi(\vec r_1,\dots,\vec r_k,\dots) = E\hat\Pi\psi(\vec r_1,\dots,\vec r_k,\dots) = \lambda E\psi(\vec r_1,\dots,\vec r_k,\dots)$$

$$\hat H\hat\Pi\psi(\vec r_1,\dots,\vec r_k,\dots) = \lambda\hat H\psi(\vec r_1,\dots,\vec r_k,\dots) = \lambda E\psi(\vec r_1,\dots,\vec r_k,\dots)$$

$$\boxed{\hat\Pi\hat H = \hat H\hat\Pi}$$

$\Rightarrow$ legea de conservare a parității pentru sisteme în care $\hat H(\vec r) = \hat H(-\vec r)$

$$\hat H = \hat\Pi\hat H\hat\Pi^{-1}$$

- Pentru cazul în care fc. de stare depinde și de timp, $\psi(\vec r,t)$, cum se scrie legea de conservare a parității?

* nom $t' = t+dt \Rightarrow \psi(\vec r,t+dt)$

* $\psi(\vec r,t+dt)$ = paritate definită („pară", de exemplu)

$\Rightarrow$ dezvoltarea în serie după puterile lui dt

$$\psi(\vec r,t+dt)=\psi(\vec r,t)+\frac{\partial\psi(\vec r,t)}{\partial t}dt+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2\psi(\vec r,t)}{\partial t^2}(dt)^2+\dots$$

$\psi(\vec r,t)$ = are paritate definită (pară)

$\frac{\partial\psi}{\partial t}$ verifică ec. Schrödinger temporală

$$\hat H\psi(\vec r,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(\vec r,t)}{\partial t}$$

- se aplică operația de inversie spațială

$$\frac{\partial\psi(-\vec r,t)}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}\hat H(-\vec r)\psi(-\vec r,t) = \frac{1}{i\hbar}\hat H(\vec r)\psi(\vec r,t)$$

$\Rightarrow \frac{\partial\psi(\vec r,t)}{\partial t}$ are aceeași paritate ca și $\psi(\vec r,t)$

$$\frac{\partial^2\psi(\vec r,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\psi(\vec r,t)}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{i\hbar}\hat H\psi(\vec r,t)\right)$$

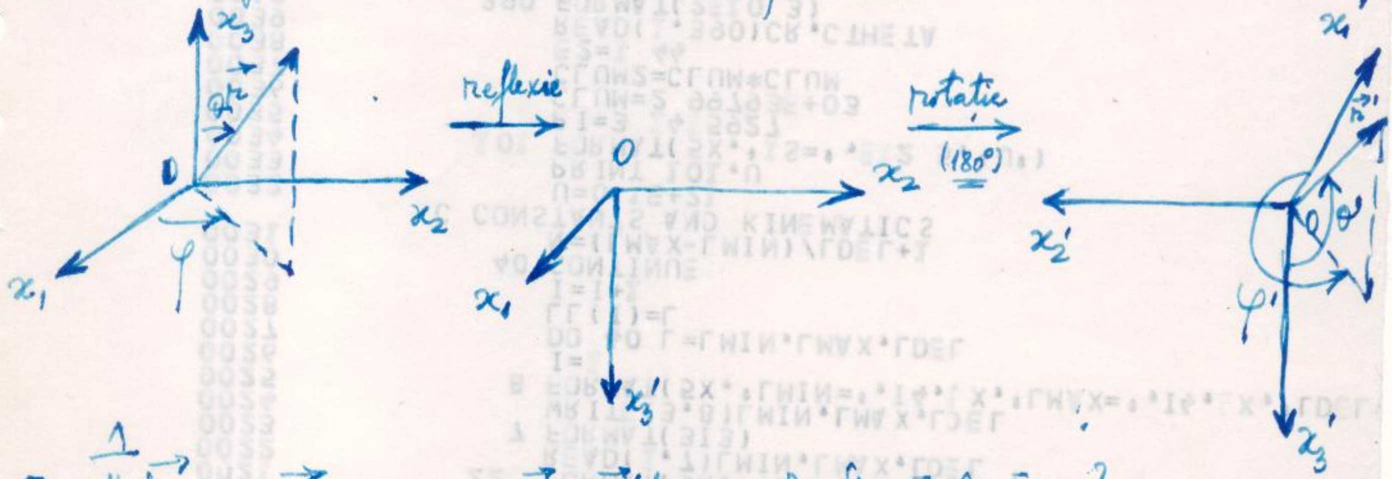
$\Rightarrow$ „Paritatea" funcției se păstrează (conservă) $\Longrightarrow$

```
10/10/85  TIME  15 43 00      PAGE 0001
A1,A2
(200),V(200),W(200)
DSG(200),TKE(200)
/O,CO,AREDN,CLUM,RINTM
SUMETG,SUME
0),XCL(300),FD(300)
0),IH(300),IT,ITF
,RO,FLD,FC,FCX,FT,C9
A2=',E12 5,1X,' Z2=',
5)
=',I4)
V)=',E12 5)
',E12 5,' MEV',2X,
```

PH2

⇒ nu există interacție care să amestece stările pare și impare ale unui sistem ⇒ $\hat{H}(\vec{r}) = \hat{H}(-\vec{r})$.

② invarianța la schimbarea semnului coord. sistemului de coord. ales / considerat ⇒ (i) reflexie față de un plan
(ii) rotație cu un unghi de 180° în jurul axei perpend. pe planul față de care s-a făcut reflexia



- $\hat{\Pi}\vec{r} = -\vec{r}$ ⇒ $-\vec{r} = \vec{r}'\{r, \theta, \varphi\} = \{r, \pi-\theta, \pi+\varphi\}$

$\hat{\Pi}\vec{k} = -\vec{k}$

SCHIMBAREA SENSULUI VECTORILOR POLARI

- ce se întâmplă cu vectorii axiali? ⇒ momentul cinetic

$\hat{\vec{L}} = \vec{r} \times \hat{\vec{p}}$

$\hat{\Pi}\hat{\vec{L}} = \vec{L}$

- pseudoscalari → $\hat{\Pi}(\vec{p}\cdot\vec{I}) = -(\vec{p}\cdot\vec{I})$

Conservarea parității în fizica nucleară

- Fizica nucleară ⇒ interacții $\left\{\begin{array}{l}\text{-tari}\\ \text{-electromagnetice}\\ \text{slabe}\end{array}\right\}$ ⇒ conservarea parității

Remarcă ① Paritatea definită a funcției de stare ⇒ stări nedegenerate ale sistemelor (st. fundam. a unui nucleu este o st. nedegenerată) ⇒ fc. proprii unice

② Dacă stările sunt degenerate ⇒ descriere prin suprapunerea mai multor fc. de stare, pare și impare ⇒ paritatea acestor stări nu va fi bine determinată ⇒

$$\left.\begin{array}{l}\psi(\vec{r}) = \psi_{pară}(\vec{r}) + \psi_{impară}(\vec{r})\\ \psi(-\vec{r}) = \psi_{pară}(\vec{r}) - \psi_{impară}(\vec{r})\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\oplus\ \psi_{pară}(\vec{r}) = \frac{1}{2}[\psi(\vec{r}) + \psi(-\vec{r})]\\ \ominus\ \psi_{impară}(\vec{r}) = \frac{1}{2}[\psi(\vec{r}) - \psi(-\vec{r})]\end{array}\right.$$

PH3 **Concluzie** Din sisteme cu paritate nedeterminată se pot construi 2 sisteme cu paritate determinată.

- Legea conservării parității ⇒ limitări precise în desfășurarea proceselor nucleare ⇒ NECESITATEA DETERMINĂRII PARITĂȚII SISTEMELOR NUCLEARE

- Fizica nucleară ⇒ sisteme complexe ⇒ descompunerea în subsisteme
i, j - 2 particule care nu interacționează ⇒ fc. de stare de forma „produs"

$$\psi_{i+j} = \psi_i \psi_j \psi_{li} \psi_{lj}$$

ψ_i, ψ_j = fc. de st. care descriu stările interne

$\psi_{li}\ \psi_{lj}$ = fc. de st. ale mișcărilor relative

$$\hat{\Pi}_{i+j} = \hat{\Pi}_i \hat{\Pi}_j \hat{\Pi}_{li} \cdot \hat{\Pi}_{lj}$$

⇒ în rep. cu centrul de inerție comun

$$\lambda_{i+j} = \lambda_i \lambda_j \lambda_{li} \cdot \lambda_{lj}$$

- Mișcarea relativă a 2 part ⇒ fc. de stare de forma

$$\psi_l = R(r)\, P_{lm}(\cos\theta)\, e^{im\varphi}$$

OBS $\cos(\pi-\theta) = \cos\pi\cos\theta - \sin\pi\sin\theta = -\cos\theta$.

$r \to r$

$\theta \to \pi - \theta$, $\cos(\pi-\theta) \to -\cos\theta$

$\varphi \to \pi + \varphi$, $\exp(im\varphi) \to \exp[im(\pi+\varphi)] = e^{im\pi} e^{im\varphi} = (-1)^m e^{im\varphi}$

* paritatea polinoamelor Legeandre asociate.

$$P_{lm}(\cos\theta) = \frac{(\sin\theta)^m}{2^l\, l!} \frac{d^{(l+m)}}{d(\cos\theta)^{l+m}} (\cos^2\theta - 1)^l$$

$$\xrightarrow{\hat{\Pi}} \underline{(-1)^{l-m}}\, P_{lm}(\cos\theta)$$

$$\psi_l = R(r)\, P_{lm}(\cos\theta)\, e^{im\varphi} \xrightarrow{\hat{\Pi}} R(r)\, (-1)^{l-m}\, P_{lm}(\cos\theta)\, (-1)^m e^{im\varphi} =$$

$= (-1)^l \psi_l$ ⇒ Paritatea fc. de st. a mișcării relative este egală

cu $\boxed{\lambda_l = (-1)^l}$. ⇒ paritatea sistemului se va scrie:

$$\boxed{\lambda_{i+j} = \lambda_i \lambda_j (-1)^{l_i} (-1)^{l_j}}$$

Dacă se cunosc λ_i și λ_j ⇒ se cunoaște λ_{i+j}

⇒ se procedează iterativ ⇒ până la componentele elementare

- Procese nucleare normale ⇒ conservarea numărului de nucleoni ⇒ alegerea arbitrară a parității nucleonului ⇒ $(-1)^{\sum l_i}$ (Energii joase)

Remarcă ① Paritatea funcției de stare = caract. importantă a nucleului

② Paritatea se conservă în interacții tari și electromagnetice

③ Se trece în schema de nivele I^{π}

④ Interacții slabe ⇒ nu conservă paritate ⇒ forma cea mai generală a funcției de stare

$$\psi = \psi_{reg} + f\psi_{nereg}$$

ψ_{reg} ⇒ procese în care se conservă paritatea

ψ_{nereg} ⇒ procese în care nu se conservă paritatea ; f = măsură a violării parității $f \ll 1$

```
10/10/85      TIME      15 43 00         PAGE 0002
```

Obs. Dificultatea determinării experim. pt f.

```
5,1X,'VCM(FM/U)=',
,'AREDX=',E12 5)

2=',E12 5,
*2*U)=',E12 5,1X,/5X,

)**2))/ECM

I),THG(I),RMIN(I)
MEV*U/FM)',E12 5,1X
(,'TH(RAD)=',E12 5

//)
```