

Spectrul continuu emis de tubul de raze X. Verificarea relatiei Duane – Hunt. Determinarea constantei lui Planck.

1. Obiectivele lucrării

- Determinarea limitei dinspre lungimi de unda scurte (λ_{\min}) a spectrului continuu al radiației X de frânare în funcție de tensiunea aplicată pe tub.
- Verificarea relației Duane - Hunt (legea de deplasare a limitei λ_{\min} cu tensiunea aplicată pe tub).
- Determinarea constantei lui Planck.

2. Principiile experienței

2.1. Noțiuni introductive

Razele X sunt radiații electromagnetice cu lungimea de undă $\lambda \sim 1\text{\AA}$, situate în domeniul spectral dintre razele γ și ultraviolet. Relația dintre energia, frecvența și lungimea de undă a fotonului:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

unde: ε , ν - energia, respectiv frecvența fotonului;

h - constanta lui Planck; $c = 2.9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ - viteza luminii

Unități practice și relații de transformare:

$1 \text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$; $1 \text{ nm} = 10\text{\AA}$; $1 \text{ pm} = 0.01\text{\AA}$ $1 \text{ eV} = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$;

2.2. Radiația emisă de tubul de raze X

Spectrul¹ de emisie al unei surse de raze X depinde de natura sursei și de parametrii de funcționare. Sursa folosită uzual în laborator este *tubul de raze X*. Acesta este alcătuit dintr-o incintă vidată în care se găsesc doi electrozi: un *catod* (filament) și un *anod*. Între cei doi electrozi se aplică o tensiune înaltă U_a , de ordinul zecilor de kilovolti (fig.1).

Electronii, emisi de filament și accelerați la diferența de potențial U_a , bombardează anodul în care sunt încetiniți, energia lor transformându-se în căldură sau în energie electromagnetică. Aceasta din urmă se manifestă prin emisia de raze X.

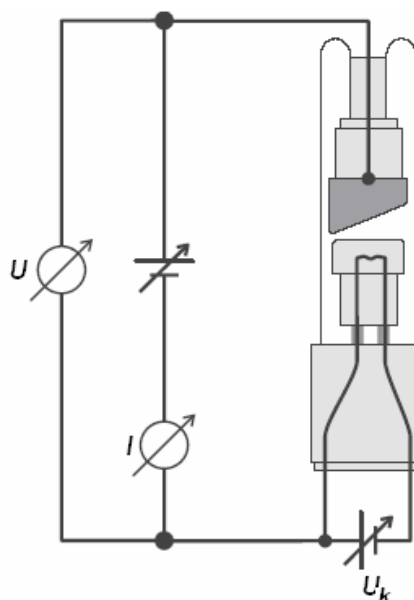


Fig. 1. Reprezentare schematică a unui tub de raze X

¹ *Spectrul* radiației electromagnetice emise de o sursă reprezintă distribuția pe lungimi de undă a intensității radiației, $I(\lambda)$ sau a numărului de fotoni $N(\lambda)$ emisi în intervalul $(\lambda, \lambda+d\lambda)$. Analog se definește spectrul energetic $N(\varepsilon)$, respectiv spectrul de frecvențe $N(\nu)$.

Radiatia emisa de anodul tubului este alcatuita din doua componente (fig. 2):

- radiatia X de franare, cu spectru continuu, produsa prin decelerarea (franarea) electronilor in tinta metalica (anticatod);
- radiatia X caracteristica a anodului, cu spectru discret, emisa de atomii excitati prin ciocniri cu electronii din fasciculul incident;

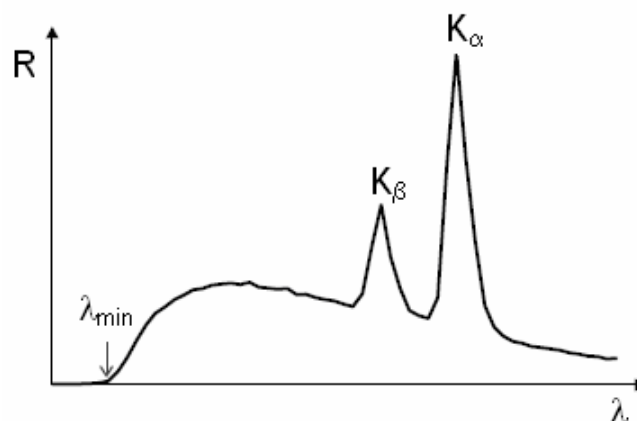


Fig. 2. Spectrul emis de un tub de raze X;

λ_{\min} – limita spectrului continuu al radiatiei X de franare;
 K_{α} , K_{β} - linii de raze X caracteristice.

In lucrare se studiaza *componenta continua* a radiatiei X emise de tub.

2.3. Radiatia X de franare

Conform electromagnetismului clasic, orice sarcina electrica aflata in miscare accelerata emite radiatie electromagnetica. In tubul de raze X, electronii care bombardeaza anticatodul sunt decelerati (franati brusc) si ca urmare emit radiatie electromagnetica. La o valoare data a tensiunii de accelerare, in spectrul continuu al radiatiei de franare se observa o lungime de unda minima (λ_{\min}), respectiv o frecventa maxima (ν_{\max}). Limita λ_{\min} nu depinde de natura anticatodului, fiind determinata numai de tensiunea inalta U_a , aplicata pe tub. In 1915, Duane si Hunt au descoperit ca produsul λ_{\min} si U_a sunt invers proportionale

$$\lambda_{\min} \sim \frac{1}{U_a} \quad \text{- relatia de deplasare Duane-Hunt} \quad (1)$$

Empiric au gasit si valoarea factorului de proportionalitate; in unitati SI relatia Duane – Hunt devine:

$$\lambda_{\min} \approx 1.25 \cdot 10^{-6} \frac{1}{U_a} \quad (1')$$

Limita dinspre lungimi de unda scurte a spectrului continuu poate fi explicata numai in cadrul *teoriei fotonice a radiatiei (Einstein)*.

Electronii emisi de filament sunt accelerati datorita tensiunii inalte U_a aplicate pe tub si ajung la anticatod (anod) cu energia cinetica:

$$E_c = e \cdot U_a \quad (2)$$

$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$ – sarcina electronului

Prin franarea unui electron in apropierea unui nucleu din tinta metalica ce constituie anticatodul, se emite un foton cu energia $h\nu$. Energia ramasa electronului va fi cedata sub forma de caldura (cel mai probabil) sau prin emisia altor fotoni.

Daca un electron pierde intreaga energie cinetica prin emisia unui singur foton, acesta va avea energia maxima:

$$h\nu_{\max} = eU_a \quad (3)$$

Atunci lungimea de unda minima sau *limita spectrului continuu* de raze X va fi

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{e U_a} \quad (4)$$

Se observa ca formula empirica (1) stabilita de Duane si Hunt este in buna concordanta cu relatia (4) derivata din teoria fotonica a lui Einstein. Factorul de proportionalitate

$$A = \frac{hc}{e} \quad (5)$$

poate fi folosit pentru determinarea constantei lui Planck (cand se cunosc valorile constantelor universale c si e , iar A se determina experimental).

Analiza spectrala a fascicului de raze X emise de de tub se face prin difractie pe un monocristal. Sistemul spectrometric este format dintr-un goniometru cu cristal de NaCl si contor Geiger-Muller (contor GM). Cristalul si contorul se rotesc fata de fascicului incident in cuplaj 2θ (fig.3). Conform legii Bragg a difractiei (conditia de interferenta constructiva, $2 \cdot d \cdot \sin \theta = n\lambda$, vezi fig.4), lungimea de unda a razelor X imprastiate in ordinul intai ($n = 1$) la unghi θ este:

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \theta \quad (6)$$

d – distanta interplanara; pentru NaCl, $d = 282.01$ pm

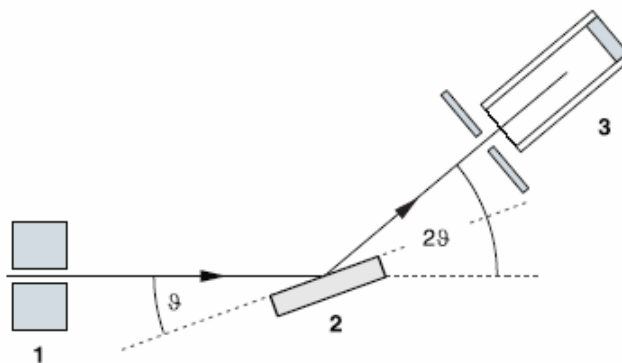


Fig.3. Schema de difractie a razelor X pe un monocristal si cuplajul 2θ dintre unghiul detectorului si unghiul de imprastiere.

1 – colimator; 2 – monocristal; 3 – detector.

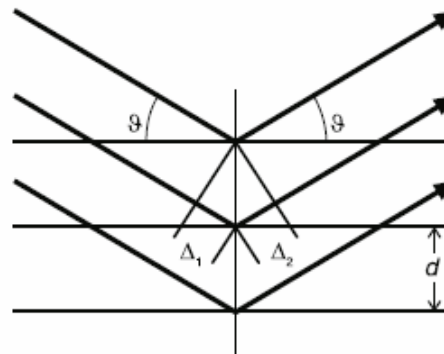


Fig. 4. Reflexia razelor X pe plane cristaline.

θ - unghi de reflexie pe planele cu distanta interplanara d ; Δ_1, Δ_2 – diferente de drum intre razele incidente, respectiv reflectate pe plane cristaline adiacente.

4. Dispozitivul experimental

In fig. 5 este prezentat dispozitivul experimental (camera experimentală goniometru in configuratie de difractie Bragg, plasata in dreapta tubului de raze X a aparatului din laborator).

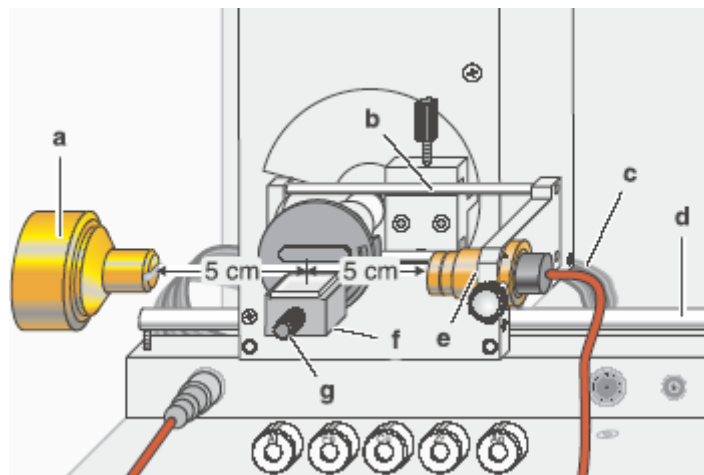


Fig.5. Dispozitiv experimental (camera cu goniometru pentru difracție în configurație Bragg).

- a** – montura pentru colimatorul fasciculului de raze X emis de tub;
- b** – cilindru de ghidaj pentru fixarea distanței sursa detector;
- c** – cablu de conexiune pentru control goniometru;
- d** – cilindru de ghidaj pentru fixarea goniometrului; **e** – montura contorului GM;
- f** – platforma (suport) pentru cristal; **g** – surub pentru fixare cristal.

5. Modul de lucru


5.1. Masuratori

- Se îndepărtează cu grijă protecția de pe fereastra contorului GM, apoi se introduce contorul în montura (**e**) și se conectează în soclul marcat “GM TUBE” (fig.5).

(Manevrați cu grijă contorul pentru ca fereastra subțire se poate deteriora!)

- Se slăbește surubul (**g**), se așează cristalul NaCl pe platforma (**f**), se ridică încet platforma cu cristal pe toată cursa ei și se strânge ușor surubul de fixare (presiunea pe cristal să fie minimă pentru a evita poziția oblică a acestuia).

(Cristalul de NaCl este higroscopic, de aceea se prinde cu mâna numai pe fețele înguste!)


1. Se alimentează aparatul de raze X la rețea (butonul i/o pe fața laterală stângă a aparatului).
2. Verificați conexiunea dintre RS-232 output (pe MCA-box cuplat pe senzorul CASSY) și ieșirea ‘SIGNAL out’ de pe panoul de comandă al aparatului de raze X.
3. Conectați aparatul de raze X la PC (via port USB).
4. Porniți programul ‘X-ray Apparatus’ (vezi iconița pe desktop). Se deschide o fereastră. Selectați registrul ‘Bragg’.
5. Ștergeți eventuale măsuratori anterioare (click pe butonul  sau apăsați tasta **F4**).
6. Apăsați butonul **COUPLED** pentru a activa modul de baleiaj 2θ al cristalului și al detectorului.
7. Apăsați butonul **ZERO** pentru a poziționa la zero bratul detectorului și al cristalului.
8. Fixați valorile parametrilor:
 - i. tensiune, $U = 22\text{kV}$;
 - ii. curent, $i = 0.9\text{mA}$;
 - iii. timp de măsură, $\Delta t = 15\text{s}$;
 - iv. pas de baleiaj unghiular, $\Delta\beta = 0.1^\circ$;
 - v. limitele unghiului de baleiaj ale cristalului, $\beta_{\min} = 5.2^\circ$; $\beta_{\max} = 6.2^\circ$
9. Apăsați tasta **SCAN** pentru a porni măsurătorile și transferul datelor spre PC. După încheierea măsurătorilor memorați datele într-un fișier.

10. Inregistrați serii de măsurători pentru alte valori ale tensiunii înalte aplicate pe tub (se repeta pașii 7-9). Pentru a economisi timp de măsură, folosiți parametrii din tabelul de mai jos.


Tabel 1. Valori recomandate ale parametrilor pentru înregistrarea seriilor de măsurători.

U [kV]	I [mA]	Δt [s]	β_{\min} [grd]	β_{\max} [grd]	$\Delta\beta$ [grd]
22	0.9	15	5.2	6.2	0.1
24	0.9	15	5.0	6.2	0.1
26	0.9	10	4.5	6.2	0.1
28	0.9	10	3.8	6.0	0.1
30	0.9	5	3.2	6.0	0.1
32	0.9	5	2.5	6.0	0.1
34	0.9	5	2.5	6.0	0.1

5.2. Determinarea lungimii de undă limită λ_{\min} în funcție de tensiunea înaltă U aplicată pe tub

- Importați datele măsurate deschizând fișierele (buton sau tastă).
- Pentru a vizualiza dependența de lungimea de undă a vitezei de numărare (\sim intensitatea radiației X detectate) deschideți fereastra de dialog ‘Settings’ (clic pe butonul  sau apăsați tasta **F5**) și introduceți distanța interplanară d pentru NaCl.

Pentru fiecare spectru înregistrat efectuați operațiile următoare pentru a determina λ_{\min} :

- în digrama reprezentată pe ecranul monitorului (fig. 6), clic buton mouse dreapta pentru a accesa funcțiile softului ‘X-ray Apparatus’ și selectați comanda ‘Best-fit Straight Line’;
- folosind mouse-ul, marcați domeniul curbei pe care doriți să o fițiți cu o dreaptă pentru a determina λ_{\min} (porțiunea de început a fiecărui spectru prezintă practic o variație liniară);
- Salvați într-un fișier rezultatele evaluării folosind butonul  sau tasta **F2**;

5.3. Verificarea relației Duane–Hunt și determinarea constantei lui Planck

- Dați clic pe registrul ‘Planck’.
- Deschideți fișierul cu valorile λ_{\min} și $1/U$.
- Poziționați pointerul în diagrama $\lambda_{\min} = f(1/U)$, clic buton mouse dreapta și selectați comanda ‘Fit a straight line through to origin’; marcați domeniul punctelor care se fitează.
- Cititi valoarea pantei dreptei (parametrul A în colțul din stânga jos al ferestrei de evaluare, fig. 7)
- Introducând valoarea parametrului A în relația (5) se obține valoarea constantei lui Planck:

$$h = \frac{A \cdot e}{c}$$

- Comparați valoarea obținută pentru h cu valoarea din literatură.

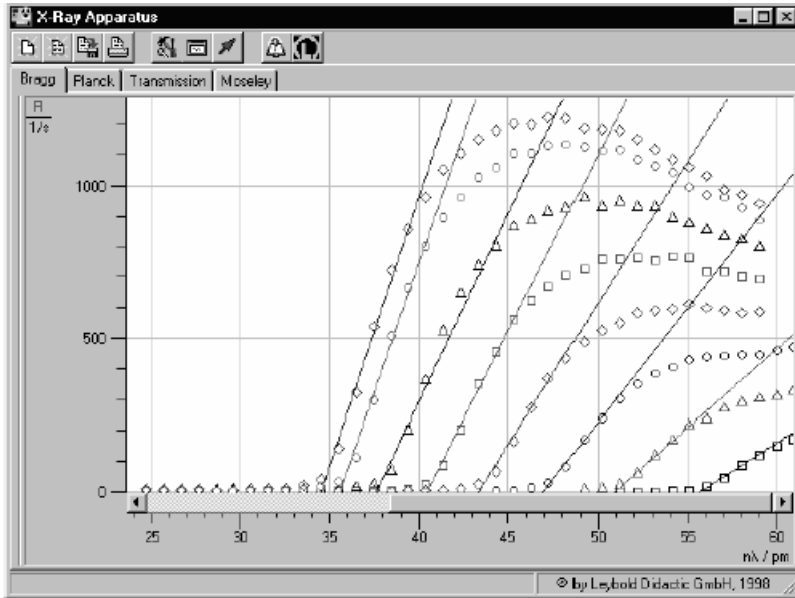


Fig. 6.

Exemple de spectre ale radiatiei emise de tubul de raze X inregistrate pentru diferite valori ale tensiuni inalte aplicate pe tub.

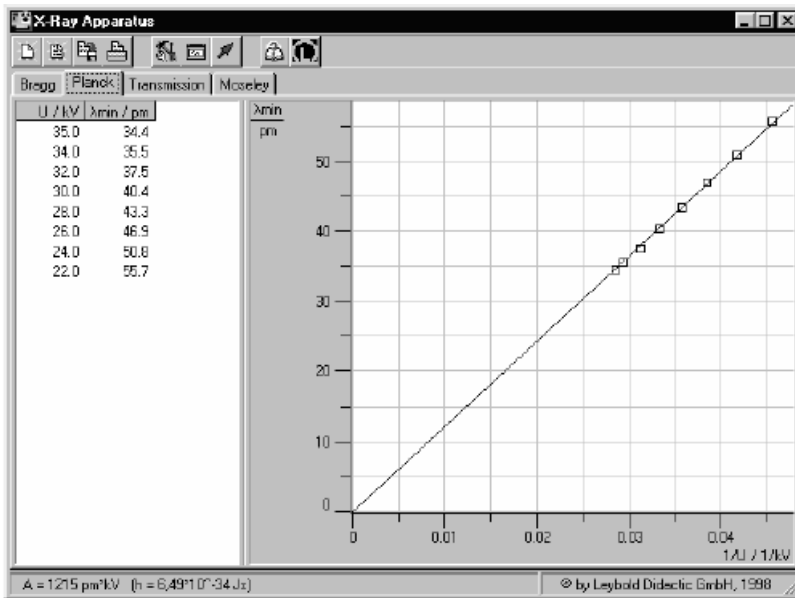


Fig. 7.

Exemplu de evaluare a datelor $\lambda_{\min} = f(1/U)$ pentru:

- verificarea legii Duane-Hunt;
- determinarea constantei lui Planck.